

非饱和土三剪强度准则及验证

陈 昊, 胡小荣

(南昌大学 建筑工程学院, 江西 南昌 330031)

摘 要: 基于材料三剪强度准则和非饱和土力学特性, 提出了非饱和土的单应力变量和双应力变量三剪强度准则, 并对其做了特征分析。分析表明, 通过改变准则中的主应力影响系数 b , 所提准则就可以对其他强度准则进行非线性近似表达。在 π 平面的极限线中, 所提强度准则覆盖了由内边界的单剪强度准则到外边界的三剪统一强度准则之间的所有外凸区域。因此, 其适用于各种复杂应力状态下的非饱和土体, 也能反映非饱和土单轴抗拉抗压强度不等的特征。另外, 还用其他文献的真三轴试验数据对所提准则做了试验验证, 其中, 非饱和黏土砂的真三轴试验值与中主应力影响系数 $b=0.6$ 时的三剪强度准则预测值吻合较好, 双应力变量下准则的预测值比单应力变量下的预测值更符合试验值; 非饱和黄土真三轴试验值与中主应力影响系数 $b=0.2$ 时的三剪强度准则预测值吻合较好, 两种应力变量下的三剪强度准则预测值差别较小。

关 键 词: 非饱和土; 三剪强度准则; 单应力变量; 双应力变量; 试验验证

中图分类号: TU 411

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2020) 07-2380-09

Triple-shear failure criteria and experimental verification for unsaturated soils

CHEN Hao, HU Xiao-rong

(School of Civil Engineering and Architecture, Nanchang University, Nanchang, Jiangxi 330031, China)

Abstract: Based on the triple-shear failure criterion of materials and the mechanical properties of unsaturated soils, the triple-shear failure criteria of the single stress variable and the double stress variable for unsaturated soils are put forward, and their characteristics are analyzed. The results show that the existing failure criteria for unsaturated soils can be interpreted approximately with the new criteria by changing the influence coefficient b of the principal stress. For loci on the π plane, the failure criteria proposed in this paper cover all the convex regions from the inner boundary of the single-shear failure criterion to the outer boundary of the triple-shear failure criterion. Therefore, the new criteria are suitable for unsaturated soils under various complex stress states and can reflect the inequality in uniaxial tension and compression of the unsaturated soils. In addition, several true triaxial test results reported by other researchers are adopted to verify the proposed criteria. For the unsaturated clayey sands, the true triaxial test results were found in good agreement with the values predicted by the triple-shear failure criteria of the single stress variable and the double stress variable when the influence coefficient of the principal stress $b=0.6$, and the predicted values given by the double stress variable criterion are more consistent than that of the single stress variable criterion. For the unsaturated loess, true triaxial test values are also in good agreement with the values predicted by the triple-shear failure criteria when the influence coefficient of principal stress $b=0.2$, and the difference is smaller between the two kinds of triple-shear failure criteria than that of the clayey sands.

Keywords: unsaturated soils; triple-shear failure criteria; single stress variable; double stress variable; experimental verifications

1 引 言

非饱和土抗剪强度理论主要有 Bishop^[1]提出的有效应力抗剪强度理论、Fredlund 等^[2]提出的双应力状态变量抗剪强度理论、卢肇钧等^[3]提出的膨胀

力影响非饱和土强度理论和沈珠江^[4]提出的广义吸力类双曲线型非饱和土抗剪强度理论等实际应用理论, 但这些理论均没有考虑中间主应力对非饱和土强度的影响。在空间滑移面 (SMP) 准则基础上建立的非饱和土本构模型^[5], 虽考虑了中间主应力对

收稿日期: 2019-09-02

修回日期: 2019-12-16

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 10862004, No. 11362016)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (10862004, 11362016).

第一作者简介: 陈昊, 男, 1994 年生, 硕士研究生, 主要从事非饱和土强度方面的研究工作。E-mail: 879977416@qq.com

通信作者: 胡小荣, 男, 1964 年生, 博士, 教授, 主要从事岩土本构理论及其工程应用的科研工作。E-mail: huxiaorong@ncu.edu.cn

非饱和土强度的影响,但在三轴伸长状态下的预测结果与实际情况明显不符。张常光等^[6]依据俞茂宏的双剪新强度准则,提出了非饱和土真三轴双剪新强度准则,该准则虽考虑了中间主应力的影响,但其存在双重破坏角现象^[7]。扈萍等^[8]通过柔性真三轴试验,分析了在不同中主应力影响系数下中主应力对上海粉细砂强度的影响,得出粉细砂的强度特性与中主应力密切相关。张敏等^[9]通过对福建标准砂进行真三轴排水剪切试验得出砂土剪胀时的密实度随着中主应力系数不同而发生变化,从而影响砂土剪切特性。胡小荣等^[10-11]以十二面体单元为基础,提出了能较全面反映岩土特性的三剪强度准则。本文基于该准则,提出了非饱和土单应力变量和双应力变量的三剪强度准则,并对其做了特征分析。另外,还用真三轴试验数据对所提准则进行了试验验证。

2 非饱和土三剪强度准则

三剪强度准则^[12]为

$$\left[(\sigma'_1 - \sigma'_3)^2 + b(\sigma'_1 - \sigma'_2)^2 + b(\sigma'_2 - \sigma'_3)^2 \right] - (1+b) \left[(\sigma'_1)^2 - (\sigma'_3)^2 \right] \sin \varphi' = 2c'(1+b)(\sigma'_1 - \sigma'_3) \cos \varphi' \quad (1)$$

式中: σ'_1 为最大有效(净)主应力; σ'_2 为中间有效(净)主应力; σ'_3 为最小有效(净)主应力; c' 为有效黏聚力; φ' 为有效内摩擦角; b 为中主应力影响系数,需要针对具体土做强度试验得出,规律性表达式要进行专题研究。

2.1 单应力变量非饱和土强度准则

Bishop 基于太沙基有效应力理论提出了非饱和土的单应力变量有效应力 σ' , 表达式如下:

$$\sigma' = (\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w) = (\sigma - u_a) + \chi s \quad (2)$$

式中: u_a 为孔隙气压力; u_w 为孔隙水压力; $\sigma - u_a$ 为有效法向应力; $u_a - u_w = s$, 为基质吸力; χ 为有效应力参数,取值为 0 到 1,当 $\chi = 0$ 时为干土,当 $\chi = 1$ 时为饱和土。

将式(2)代入式(1)得

$$\left[(\sigma_1 - \sigma_3)^2 + b(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + b(\sigma_2 - \sigma_3)^2 \right] - (1+b)(\sigma_1 - \sigma_3)(\sigma_1 + \sigma_3 - 2u_a + 2\chi s) \sin \varphi' = 2c'(1+b)(\sigma_1 - \sigma_3) \cos \varphi' \quad (3)$$

式中: σ_1 、 σ_2 、 σ_3 分别为最大主应力、中间主应力、最小主应力。

为便于将主应力表示的式(3)改用其他应力变量来表示,引入图1所示总应力空间。

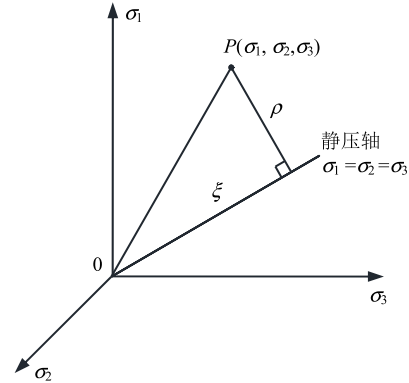


图1 总主应力空间

Fig.1 Geometric space of principal stresses

由图1可得

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 - u_a &= \frac{\xi}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}} \rho \cos \theta - u_a = \sigma'_{\text{oct}} + \sqrt{\frac{2}{3}} \rho \cos \theta = p' + \frac{2}{3} q \cos \theta \\ \sigma_2 - u_a &= \frac{\xi}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}} \rho \cos \left(\frac{2\pi}{3} - \theta \right) - u_a = \sigma'_{\text{oct}} + \sqrt{\frac{2}{3}} \rho \cos \left(\frac{2\pi}{3} - \theta \right) = p' + \frac{2}{3} q \cos \left(\frac{2\pi}{3} - \theta \right) \\ \sigma_3 - u_a &= \frac{\xi}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}} \rho \cos \left(\frac{2\pi}{3} + \theta \right) - u_a = \sigma'_{\text{oct}} + \sqrt{\frac{2}{3}} \rho \cos \left(\frac{2\pi}{3} + \theta \right) = p' + \frac{2}{3} q \cos \left(\frac{2\pi}{3} + \theta \right) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: ξ 为应力点 P 到原点的垂直距离; ρ 为应力点 P 到静压轴的垂直距离; σ'_{oct} 为八面体有效应力(净法向应力), $\sigma'_{\text{oct}} = \frac{\xi}{\sqrt{3}} - u_a$; p' 为平均有效主应力; q 为广义剪应力; θ 为应力 Lode 角。

将式(4)代入式(3)得

$$\rho = \frac{(1+b) \cos \left(\theta - \frac{\pi}{6} \right) \left[(\sigma'_{\text{oct}} + \chi s) \sin \varphi' + c' \cos \varphi' \right]}{\frac{\sqrt{2}}{4} \left[2 \cos^2 \left(\theta - \frac{\pi}{6} \right) + 2b \cos^2 \left(\theta + \frac{\pi}{6} \right) + 2b \sin^2 \theta - (1+b) \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \varphi' \cos \left(\theta - \frac{\pi}{6} \right) \cos \left(\theta + \frac{\pi}{3} \right) \right]} \quad (5)$$

$$\rho' = \frac{\partial \rho}{\partial \theta} = \frac{M_1' M_2 - M_1 M_2'}{M_2'^2} \quad (6)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= 2\sqrt{2}(1+b)\cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) \\ &\quad [(\sigma'_{\text{oct}} + \chi s)\sin\varphi' + c'\cos\varphi'] \\ M_1' &= \frac{\partial M_1}{\partial \theta} = -2\sqrt{2}(1+b)\sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) \\ &\quad [(\sigma'_{\text{oct}} + \chi s)\sin\varphi' + c'\cos\varphi'] \\ M_2 &= 2\cos^2\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) + 2b\cos^2\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) + 2b\sin^2\theta - \\ &\quad (1+b)\frac{2}{\sqrt{3}}\sin\varphi'\cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) \\ M_2' &= \frac{\partial M_2}{\partial \theta} = -2\sin\left(2\theta - \frac{\pi}{3}\right) - 2b\sin\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) + \\ &\quad 2b\sin 2\theta + (1+b)\frac{2}{\sqrt{3}}\sin\varphi'\sin\left(2\theta + \frac{\pi}{6}\right) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} q &= A\sin\varphi'(p' + \chi s) + Ac'\cos\varphi' = \\ &= A\sin\varphi'p' + A(c'\cos\varphi' + \chi s\sin\varphi') \end{aligned} \quad (8)$$

其中:

$$\begin{aligned} A &= 6(1+b)\cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) / 2\sqrt{3} \left[\cos^2\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) + \right. \\ &\quad \left. b\cos^2\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) + b\sin^2\theta \right] - (1+b)\cos\left(2\theta + \frac{\pi}{6}\right)\sin\varphi' \end{aligned} \quad (9)$$

2.2 单应力变量非饱和土强度准则特征分析

特征分析分为 π 平面极限线分析和子午线分析。三剪新强度准则式(3)在 π 平面的屈服轨迹如图2所示, 其中非饱和土强度准则特征分析中有效应力参数 χ 为 0.5。图 2(a)是在净法向应力 $\sigma'_{\text{oct}} = 100$ kPa, 基质吸力 $s = 50$ kPa 时, 随中主应力影响系数 b 变化的 π 平面极限线分析图; 图 2(b)是在净法向应力 $\sigma'_{\text{oct}} = 100$ kPa, 中主应力影响系数 $b = 0.1$ 时随基质吸力 s 变化的 π 平面极限线分析图; 图 2(c)是在基质吸力 $s = 50$ kPa, 中主应力影响系数 $b = 0.1$ 时随净法向应力 σ'_{oct} 变化的 π 平面极限线分析图; 图 2(d)是在净法向应力 $\sigma'_{\text{oct}} = 100$ kPa, 中主应力影响系数 $b = 0.6$ 时, 随基质吸力 s 变化的 π 平面极限线分析图; 图 2(e)是在基质吸力 $s = 50$ kPa, 中主应力影响系数 $b = 0.6$ 时, 随净法向应力 σ'_{oct} 变化的 π 平面极限线分析图。

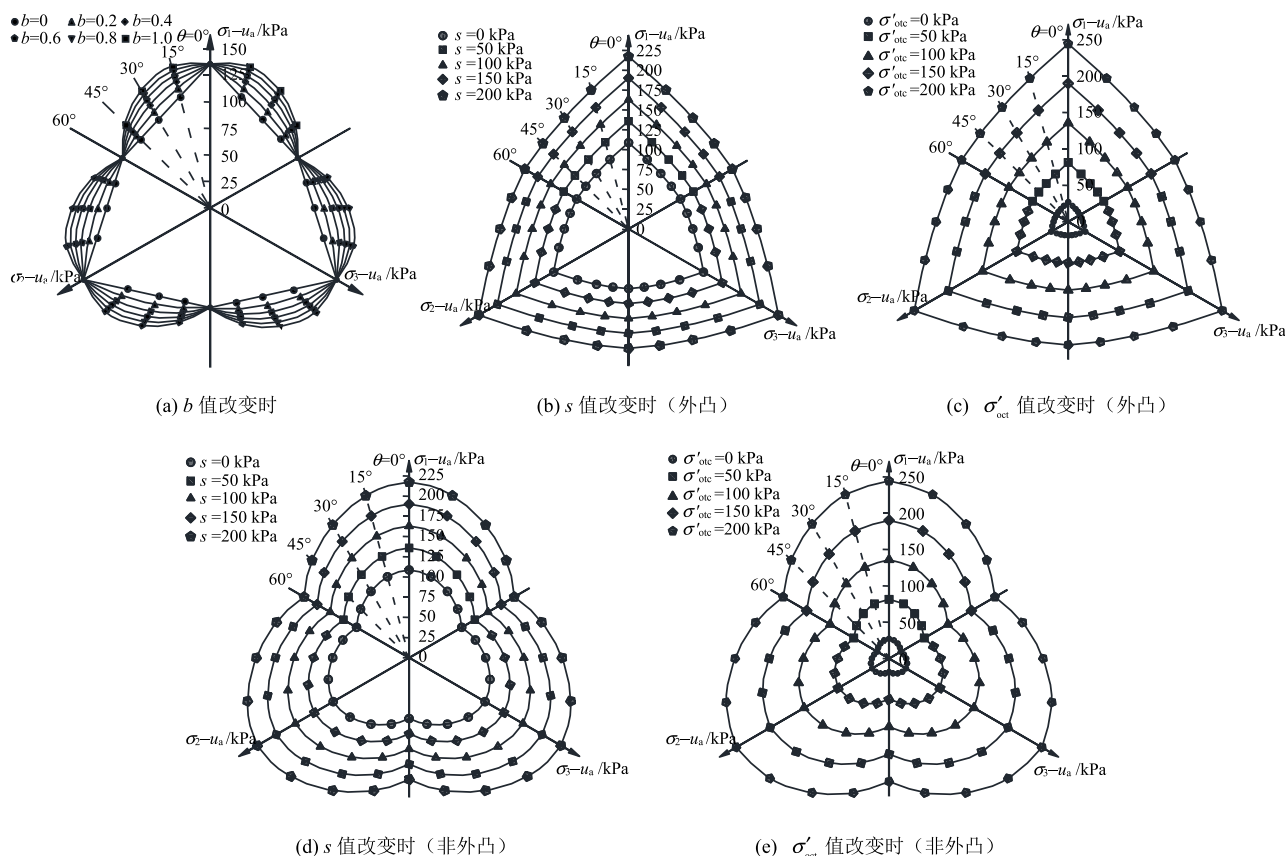


图2 非饱和土单应力变量三剪强度准则的 π 平面极限线

Fig.2 Loci on the π plane of the triple-shear failure criterion of the single stress variable for unsaturated soils

由图 2(a)可知, 极限线汇交于 60° 坐标线一点, 存在其中一极限线与 60° 坐标线的垂线相切于该点, 此极限线中主应力影响系数为 b_0 , 在 b 值满足 $0 \leq b \leq b_0$ 时, 三剪新强度准则为外凸型平面极限线, 否则为非外凸型平面极限线, 即得出关系方程

$$b_0 = \frac{2 \sin\left(2\theta - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \varphi' \sin\left(2\theta + \frac{\pi}{6}\right) - \left[1 + \cos\left(2\theta - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \varphi' \cos\left(2\theta + \frac{\pi}{6}\right)\right] \tan\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right)}{\left[2 - \sin\left(2\theta + \frac{\pi}{6}\right) - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \varphi' \cos\left(2\theta + \frac{\pi}{6}\right)\right] \tan\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) - 2 \cos\left(2\theta + \frac{\pi}{6}\right) + \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \varphi' \sin\left(2\theta + \frac{\pi}{6}\right)} \quad (11)$$

由式 (11) 计算得 $b_0 = 0.128$ 。

由图 2 可知, 净主应力、基质吸力、中主应力影响系数中任意两者数值保持一定时, 极限面随着另一者数值的增大而增大。如: 在中主应力影响系数变化平面极限线中, $b=0$ 时处于单剪强度理论, 其极限面最小, 即摩尔-库仑强度准则的极限面最小; $b=1$ 时处于三剪强度准则, 其极限面最大; 在 b 等于其他任意值时, 均将得到相应的极限面和极限线。因此, 非饱和土三剪强度理论在 π 平面的极限线覆盖了从内边界的单剪强度理论到外边界的三剪强度准则之间的所有凸区域^[13], 也表明该准则适用于各种复杂应力状态下的非饱和土体。

在基质吸力 $s = 50$ kPa, 中主应力影响系数 b 分别为 0.1 和 0.6 时, 根据式 (8) 在 $p'-q$ 平面绘出子午线, 如图 3 所示。

由图 3 可知, 本文非饱和土三剪新强度在 $p'-q$ 平面的应力路径为不通过原点的直线, 中主应力影响系数 b 变化对纯剪切子午线 ($\theta = 30^\circ$) 产生影响。 $b_0 = 0.1$ 时, 纯剪切子午线与常规三轴伸长子午线 ($\theta = 60^\circ$) 相接近; $b_0 = 0.6$ 时, 纯剪切子午线向常规三轴压缩子午线 ($\theta = 0^\circ$) 靠近。

2.3 双应力变量非饱和土强度准则

Fredlund 等^[14]采用由净应力 ($\sigma - u_a \delta_{ij}$) 和基质吸力 ($u_a - u_w$) δ_{ij} 组成的双应力变量作为非饱和土的应力特征量。其中, 基质吸力作为吸附黏聚力 c_s 与饱和有效黏聚力 c' 共同组成非饱和土的总黏聚力^[15]。3 个净主应力分别为

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_1 &= \sigma_1 - u_a \\ \sigma'_2 &= \sigma_2 - u_a \\ \sigma'_3 &= \sigma_3 - u_a \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

将式 (12) 代入式 (1) 得

$$\begin{aligned} & \left[(\sigma_1 - \sigma_3)^2 + b(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + b(\sigma_2 - \sigma_3)^2 \right] - \\ & (1+b)(\sigma_1 - \sigma_3)(\sigma_1 + \sigma_3 - 2u_a) \sin \varphi' = \\ & 2(c' + c_s)(1+b)(\sigma_1 - \sigma_3) \cos \varphi' \end{aligned} \quad (13)$$

如下:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y'(\theta)}{x'(\theta)} = \frac{\rho' \cos \theta - \rho \sin \theta}{-\rho' \sin \theta - \rho \cos \theta} = \sqrt{3} \quad (10)$$

由式 (10) 可得

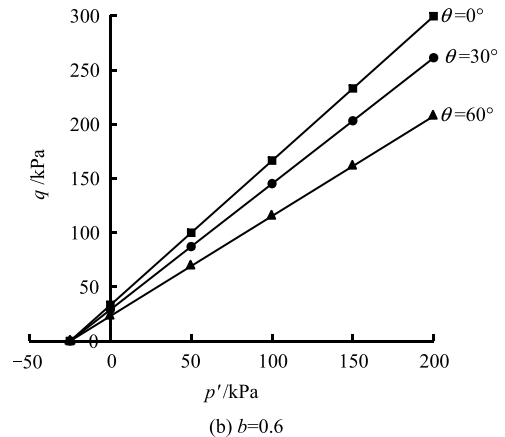
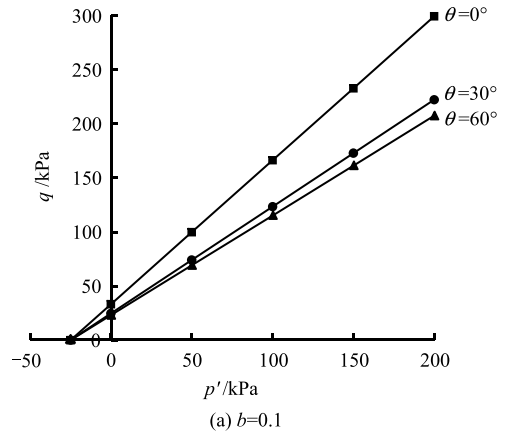


图 3 非饱和土单应力变量三剪强度准则的子午线
Fig.3 Meridians of the triple-shear failure criterion of the single stress variable for unsaturated soils

可由多种表达式得出 $c_s = (u_a - u_w) \theta_w \tan \varphi'$, $c_s = (u_a - u_w) \tan \varphi^b$, $c_s = (u_a - u_w) S^k \tan \varphi'$ 等, 其中 θ_w 为体积含水率; S 为饱和度; k 为拟合参数; φ^b 为吸力角。

将式 (4) 代入式 (13) 得

$$\begin{aligned} & \rho = (1+b) \cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) \left[\sigma'_{\text{oct}} \sin \varphi' + (c' + c_s) \cos \varphi' \right] / \\ & \frac{\sqrt{2}}{4} \left[2 \cos^2\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) + 2b \cos^2\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) + 2b \sin^2 \theta - \right. \\ & \left. (1+b) \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \varphi' \cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \right] \end{aligned} \quad (14)$$

$$\rho' = \frac{\partial \rho}{\partial \theta} = \frac{K_1' K_2 - K_1 K_2'}{K_2'^2} \quad (15)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= 2\sqrt{2}(1+b)\cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) \left[\sigma'_{\text{oct}} \sin\varphi' + (c' + c_s) \cos\varphi' \right] \\ K_1' &= \frac{\partial K_1}{\partial \theta} = -2\sqrt{2}(1+b)\sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \\ &\quad \left[\sigma'_{\text{oct}} \sin\varphi' + (c' + c_s) \cos\varphi' \right] \\ K_2 &= 2\cos^2\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) + 2b\cos^2\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) + 2b\sin^2\theta - \\ &\quad (1+b)\frac{2}{\sqrt{3}}\sin\varphi' \cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) \\ K_2' &= \frac{\partial K_2}{\partial \theta} = -2\sin\left(2\theta - \frac{\pi}{3}\right) - 2b\sin\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) + \\ &\quad 2b\sin 2\theta + (1+b)\frac{2}{\sqrt{3}}\sin\varphi' \sin\left(2\theta + \frac{\pi}{6}\right) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$q = A \sin\varphi' p' + A(c' + c_s) \cos\varphi' \quad (17)$$

其中,

$$\begin{aligned} A &= 6(1+b)\cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) / 2\sqrt{3} \left[\cos^2\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) + \right. \\ &\quad \left. b\cos^2\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) + b\sin^2\theta \right] - \\ &\quad (1+b)\cos\left(2\theta + \frac{\pi}{6}\right) \sin\varphi' \end{aligned} \quad (18)$$

2.4 双应力变量非饱和土强度准则特征分析

与单应力变量非饱和土强度准则特征类似, 三剪新强度准则公式(13)在 π 平面的屈服轨迹如图4所示, 图4(a)是在净法向应力 $\sigma'_{\text{oct}} = 100$ kPa, 基质吸力 $s = 50$ kPa时, 中主应力影响系数 b 变化对应的 π 平面极限线分析图; 图4(b)是在净法向应力 $\sigma'_{\text{oct}} = 100$ kPa, 中主应力影响系数 $b = 0.1$ 时, 基质吸力 s 变化所对应的 π 平面极限线分析图; 图4(c)是在基质吸力 $s = 50$ kPa, 中主应力影响系数 $b = 0.1$ 时, 净法向应力 σ'_{oct} 变化对应的 π 平面极限线分析图; 图4(d)是在净法向应力 $\sigma'_{\text{oct}} = 100$ kPa, 中主应力影响系数 $b = 0.6$ 时, 基质吸力 s 变化对应的 π 平面极限线分析图; 图4(e)是在基质吸力 $s = 50$ kPa, 中主应力影响系数 $b = 0.6$ 时, 净法向应力 σ'_{oct} 变化对应的 π 平面极限线分析图。分界极限线中主应力影响系数 b_0 由式(11)计算得0.128。

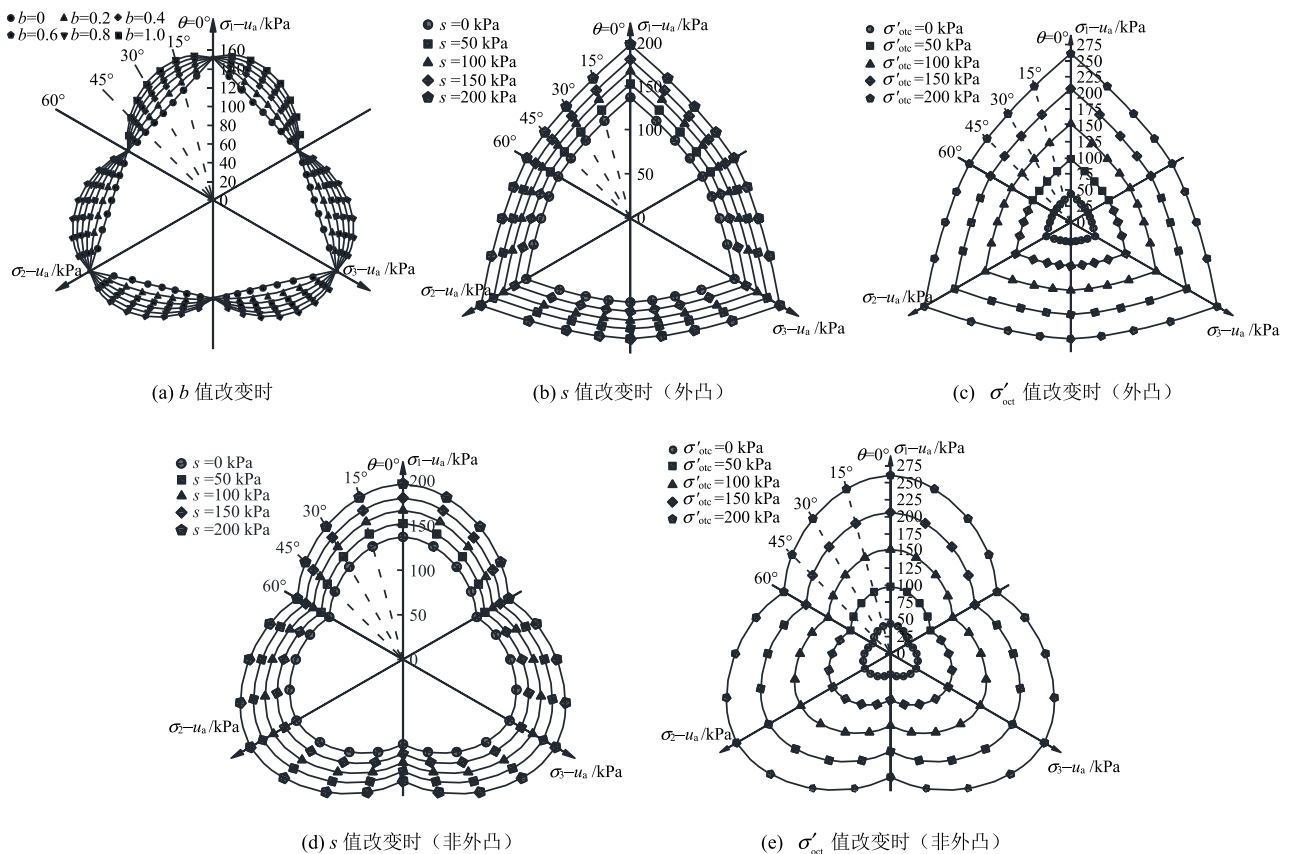


图4 非饱和土双应力变量三剪强度准则的 π 平面极限线

Fig.4 Loci on the π plane of the triple-shear failure criterion of the double stress variable for unsaturated soils

当基质吸力 $s = 50 \text{ kPa}$ ，中主应力影响系数 b 分别为 0.1 和 0.6 时，根据式 (17) 在 p' - q 平面所绘出子午线，如图 5 所示。

由图 5 可知，双应力变量非饱和土强度准则子午线特征与单应力变量非饱和土强度准则特征基本类似，但根据具体数值分析可知，在 p' - q 平面中纵横截距均有所增大。

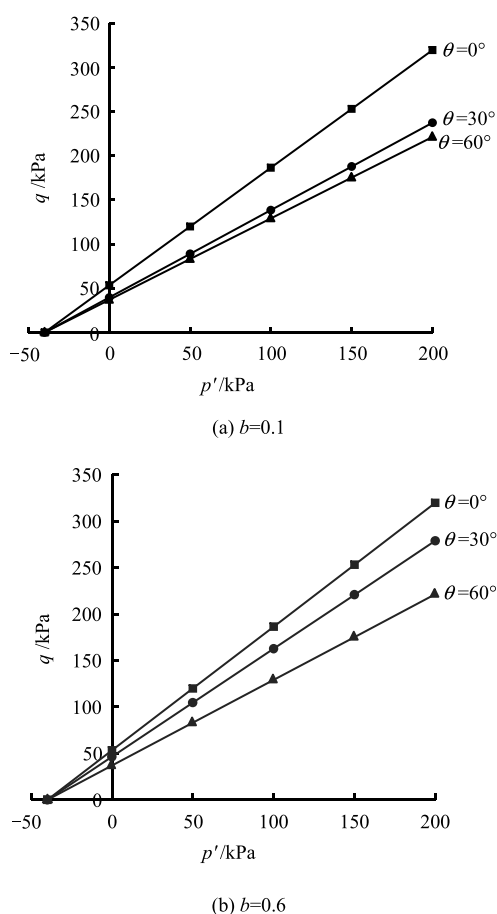


图 5 非饱和土双应力变量三剪强度准则的子午线
Fig.5 Meridians of the triple-shear failure criterion of the double stress variable for unsaturated soils

3 非饱和土真三轴试验结果验证

理论验证可分为室内试验验证和文献结果验证两种。为了使理论更具客观性与信服力，本文采用文献结果验证。

3.1 非饱和黏土砂 (SP-SC) 柔性真三轴试验验证

Hoyos 等^[16]采用压实的黏土砂 (SP-SC) 进行了柔性真三轴试验。其中，干重度 $\gamma_d = 15.344 \text{ kN/m}^3$ ，对应饱和土的有效黏聚力 $c' = 0 \text{ kPa}$ 、有效内摩擦角 $\phi' = 33^\circ$ ；不同基质吸力 (50、100 和 200 kPa) 分别对应不同的吸附黏聚力 (26.0、34.7 和 52.5 kPa)。试验程序包括 8 次全排水静压力试验 (HC)，6 次

全排水常规三轴试验 (CTC)、6 次全排水三轴压缩试验 (TC)、3 次全排水三轴拉伸试验 (TE) 和 3 次全排水直剪切试验 (SS)。本文所提出的非饱和土三剪强度准则预测值与试验结果对比，如图 6~8 所示。由于文献[16]并未给出有效应力参数 χ 的值，但通过对文中试验可推算出单应力变量下的有效应力参数 χ 约为 0.5。

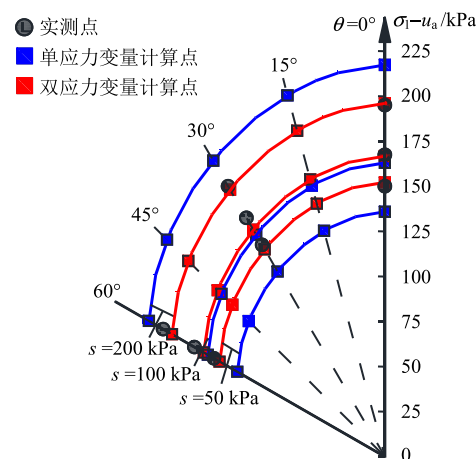


图 6 三剪新强度准则与柔性真三轴试验比较
Fig.6 Comparisons between the new triple-shear failure criteria and flexible true triaxial shear test results

由图 6 可知，平均净应力 $\sigma'_{\text{oct}} = 100 \text{ kPa}$ ，中主应力影响系数 $b = 0.6$ 时：①采用双应力变量下的三剪强度准则时，不同基质吸力和不同应力 Lode 角 (0° 、 30° 和 60°) 所对应的试验数据与准则所对应的预测值均吻合较好；单应力变量下的三剪强度准则在基质吸力为 200 kPa 时，预测值偏大，基质吸力为 50、100 kPa 时则偏小。②随着基质吸力 s 的增大，非饱和土强度理论的极限线均随之扩大。

由图 6 还可知，双应力变量下的非饱和土三剪强度准则的预测值与 Hoyos 等^[16]的试验数据吻合较好，从而验证了其适用性。相对而言，单应力变量下的非饱和土三剪强度准则预测值与试验数据差异稍大，但与试验数据变化趋势相同，在一定程度上也表明了其合理性。

当基质吸力 $s = 50 \text{ kPa}$ 和应力 Lode 角 $\theta = 0^\circ$ 时，在 p' - q 平面中双应力变量和单应力变量下三剪强度准则预测值与试验数据对比结果如图 7 所示。

由图 7 可知，试验数据值与双应力变量下的三剪强度准则预测值基本吻合，从而验证了其正确性；虽然同样与单应力变量下的三剪强度准则预测值有所差别，但整体趋势仍然相同。

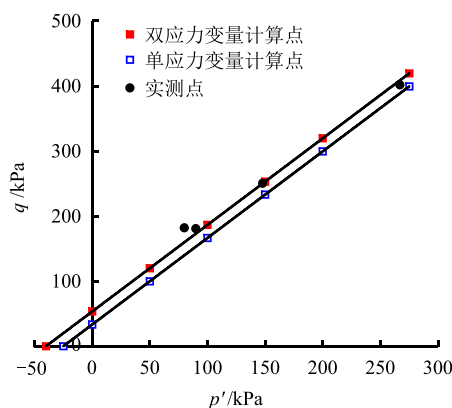


图7 真三轴试验结果的子午线验证

Fig.7 Meridian validations with the true triaxial shear test results

将本文所提非饱和土三剪强度准则与文献[17-18]所列 Tresca 准则、Drucker-Prager 准则、Mohr-Coulomb 准则、Matsuoka-Nakai 准则以及 Lade-Duncan 准则进行对比,如图8所示。

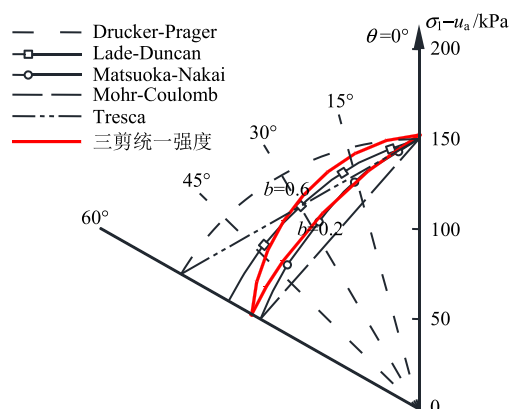


图8 三剪统一强度准则与其它强度准则比较

Fig.8 Comparisons between the triple-shear failure criteria and the other failure criteria

由图所知:①非饱和土三剪新强度准则极限线处于 Mohr-Coulomb 强度准则极限线与外接圆 Drucker-Prager 强度准则极限线之间,并依据上述文献验证可知,外接圆 Drucker-Prager 强度准则预测值偏大, Mohr-Coulomb 强度准则预测值偏小,表明两者均不能很好的反映非饱和土的强度特性,这与文献[19-20]观点是相同的。②非饱和土三剪强度准则在中主应力影响系数 $b=0.6$ 时,相对应的三剪强度极限线与 Lade-Duncan 强度准则极限线相接近;中主应力影响系数 $b=0.2$ 时,相对应的三剪强度极限线与 Matsuoka-Nakai 强度准则极限线相接近,表明其他准则可由三剪强度准则近似表达。

3.2 非饱和黄土刚柔混合型真三轴试验验证

王娇^[21]采用非饱和黄土进行刚柔混合型真三

轴试验。其中土的饱和有效黏聚力 $c' = 5.3 \text{ kPa}$, 有效内摩擦角为 $\varphi' = 27.9^\circ$ 。当基质吸力 s 为 100 kPa 时,对应的吸附黏聚力为 48.3 kPa 。同时,文献[21]通过非饱和土剪切破坏试验推算出对应有效应力参数为 0.91 。

图9为当基质吸力 $s = 100 \text{ kPa}$, 中主应力影响系数 $b = 0.2$, 净主应力分别为 100 、 200 和 300 kPa 和应力 Lode 角为别为 0° 、 30° 和 60° 时,双应力变量和单应力变量下的三剪强度准则预测值与试验数据的对比结果。

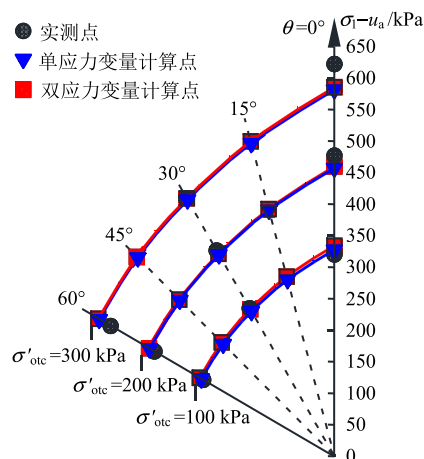


图9 三剪新强度准则与刚柔混合型真三轴试验比较

Fig.9 Comparisons between the new triple-shear failure criteria and rigid-flexible true triaxial shear test results

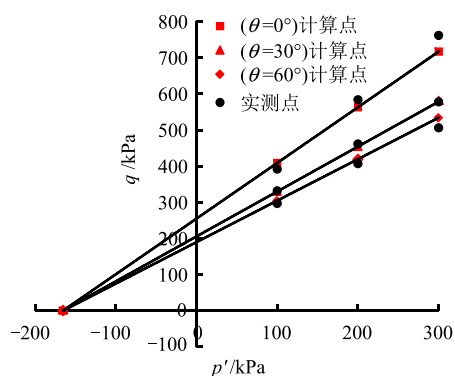
由图可知,试验数据与预测值均吻合较好,验证了非饱和土三剪强度准则的正确性。此外,随着净主应力的增大,非饱和土三剪强度准则的极限线均随之扩大;且在相同条件下双应力变量和单应力变量下的三剪强度准则预测值基本重合。

当基质吸力 $s = 100 \text{ kPa}$ 和中主应力影响系数 $b = 0.2$ 时,在 $p'-q$ 平面中,将双应力变量和单应力变量下的三剪强度准则预测值分别与试验数据进行对比,结果如图10所示。

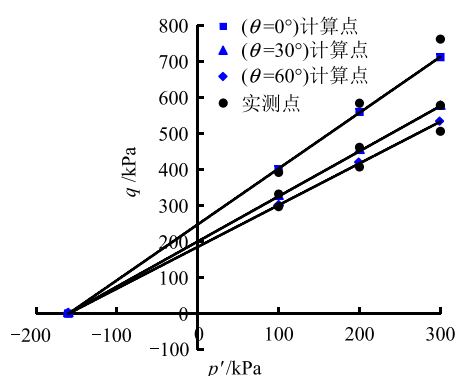
由图可知,双应力变量和单应力变量下的三剪强度准则在 $p'-q$ 平面上的子午线与试验数据基本吻合。因此,非饱和土三剪强度准则的正确性得以验证。

4 结 论

(1) 本文基于三剪强度准则,提出了适用于非饱和土双应力变量和单应力变量的非饱和土三剪强度准则,该准则以十二面体为几何模型,同时考虑3个主剪面应力对的作用。采用一个式子简易表达,避免了双剪统一强度准则中双重破坏角问题。



(a) 双应力变量下



(b) 单应力变量下

图 10 真三轴试验结果的子午线对比验证

Fig.10 Meridian validation with the true triaxial shear test results

(2) 非饱和土三剪强度理论在 π 平面的极限线覆盖了从内边界的单剪强度理论到外边界的三剪强度准则之间的所有凸区域, 表明该准则适用于各种复杂应力状态下的非饱和土体, 并能反映非饱和土单轴抗拉压不等的特征。

(3) 非饱和黏土砂真三轴试验值与中主应力影响系数 $b=0.6$ 时的三剪强度准则预测值吻合较好, 非饱和黄土真三轴试验值与中主应力影响系数 $b=0.2$ 时的三剪强度准则预测值吻合较好, 均验证了非饱和土三剪强度准则的适用性。此外, 非饱和黏土砂在双应力变量下比其在单应力变量下的预测值更吻合试验值, 非饱和黄土则在两种应力变量下的预测值差别较小。其中, 单应力变量法可直接利用 σ' 来分析非饱和土的变形和强度, 简单方便。而双应力变量法则采用两个独立的变量, 能较全面表征非饱和土的力学特性, 但在计算非饱和土变形方面相对复杂。

(4) 将非饱和黏土砂在双应力变量下的三剪强度准则预测值与其他强度准则进行了对比,

Drucker-Prager 强度准则和 Mohr-Coulomb 强度准则不能很好的反映非饱和土的强度特性。但三剪强度准则在中主应力影响系数 b 为 0.2 与 0.6 时, 分别与 Lade-Duncan 准则和 Matsuoka-Nakai 准则很接近, 能较好的反映非饱和土的强度特性。因此, 三剪强度准则可对其他强度准则进行近似表达。

参 考 文 献

- [1] BISHOP A W. The principle of effective stress[J]. *Teknisk Ukeblad*, 1959, 106(39): 113-143.
- [2] FREDLUND D G, MORGENSTEM N R, WIDGER R A. The shear strength of unsaturated soils[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1978, 15(3): 313-321.
- [3] 卢肇钧, 张惠明, 陈建华, 等. 非饱和土的抗剪强度与膨胀压力[J]. *岩土工程学报*, 1992, 14(3): 1-8.
LU Zhao-jun, ZHANG Hui-ming, CHEN Jian-hua, et al. Shear strength and swelling pressure of unsaturated soil[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1992, 14(3): 1-8.
- [4] 沈珠江. 当前非饱和土力学研究的若干问题[C]//区域性土的岩土工程问题学术讨论会论文集. 南京: 原子能出版社, 1996. 1-9.
SHEN Zhu-jiang. Present study issues in unsaturated soils[C]//Proceedings of Regional Geotechnical Problems Symposium. Nanjing: Atomic Energy Press, 1996.1-9.
- [5] MATSUOKA H, SUN D A, KOGANE A, et al. Stress-strain behavior of unsaturated soil in true triaxial tests[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2002,39(3): 608-619.
- [6] 张常光, 范文, 赵均海, 等. 非饱和土真三轴双剪新强度准则及验证[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2015, 43(9): 1326-1331.
ZHANG Chang-guang, FAN Wen, ZHAO Jun-hai, et al. A new twin-shear true triaxial strength criterion of unsaturated soils and its validations[J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2015, 43(9): 1326-1331.
- [7] 胡小荣, 魏雪英, 俞茂宏. 三轴压缩下岩石强度和破坏面角度的双剪理论分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2003, 22(7): 1093-1098.
HU Xiao-rong, WEI Xue-ying, YU Mao-hong. Characteristics of rock strength and failure under triaxial compression analyzed by twin shear theory[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2003,

- 22(7): 1093-1098.
- [8] 扈萍, 黄茂松, 马少坤, 等. 粉细砂的真三轴试验与强度特性[J]. 岩土力学, 2011, 32(2): 465-470.
- HU Ping, HUANG Mao-song, MA Shao-kun, et al. True triaxial tests and strength characteristics of silty sand[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2011, 32(2): 465-470.
- [9] 张敏, 许成顺, 杜修力, 等. 中主应力系数及应力路径对砂土剪切特性影响的真三轴试验研究[J]. 水利学报, 2015, 46(9): 1072-1079.
- ZHANG Min, XU Cheng-shun, DU Xiu-li, et al. True triaxial experimental research on shear behaviors of sand under different intermediate principal stresses and different stress paths[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2015, 46(9): 1072-1079.
- [10] 胡小荣, 俞茂宏. 岩土类介质强度准则新探[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(18): 3037-3043.
- HU Xiao-rong, YU Mao-hong. New research on failure criterion for geomaterial[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2004, 23(18): 3037-3043.
- [11] 胡小荣, 俞茂宏. 材料三剪屈服准则研究[J]. 工程力学, 2006, 23(4): 6-11.
- HU Xiao-rong, YU Mao-hong. Research on triple-shear yield criterion for materials[J]. **Engineering Mechanics**, 2006, 23(4): 6-11.
- [12] 胡小荣, 董肖龙, 胡勃阳, 等. 饱和超固结黏性土的三剪弹塑性本构模型研究[J]. 固体力学学报, 2014, 38(6): 579-590.
- HU Xiao-rong, DONG Xiao-long, HU Bo-yang, et al. The triple-shear elasto-plastic constitutive model for saturated over-consolidated clay[J]. **Chinese Journal of Solid Mechanics**, 2014, 38(6): 579-590.
- [13] 张常光, 范文, 赵均海. 非饱和土统一强度理论及真三轴试验结果验证[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, 34(8): 1702-1710.
- ZHANG Chang-guang, FAN Wen, ZHAO Jun-hai. Unified strength theory of unsaturated soils and verification with true triaxial test[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2015, 34(8): 1702-1710.
- [14] FREDLUND D G, RAHARDJO H, FREDLUND M D. Unsaturated soil mechanics in engineering practice[M]. New York: John Wiley and Sons Inc., 2012.
- [15] 张常光, 赵均海, 朱倩. 非饱和土抗剪强度公式分类及总结[J]. 建筑科学与工程学报, 2012, 29(2): 74-82.
- ZHANG Chang-guang, ZHAO Jun-hai, ZHU Qian. Classification and summary of shear strength formulae for unsaturated soils[J]. **Journal of Architecture and Civil Engineering**, 2012, 29(2): 74-82.
- [16] HOYOS L R, PEREZRUIZ D D, PUPPALA A J, et al. Modeling unsaturated soil response under suction-controlled true triaxial stress paths[J]. **International Journal of Geomechanics**, 2012, 12(3): 292-308.
- [17] 李广信. 高等土力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- LI Guang-xin. Advanced soil mechanics[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.
- [18] 陈明祥. 弹塑性力学[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
- CHEN Ming-xiang. Elasto mechanics[M]. Beijing: Science Press, 2007.
- [19] 俞茂宏. 双剪理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- YU Mao-hong. Twin-shear theory and its application[M]. Beijing: Science Press, 1998.
- [20] YU M H. Unified strength theory and its applications[M]. [S. l.]: Springer-Verlag, 2004.
- [21] 王娇. 非饱和黄土土水特性与真三轴屈服及强度变形特性试验研究[D]. 西安: 西安理工大学, 2018.
- WANG Jiao. Research on soil water characteristics and yielding, strength and deformation properties of unsaturated loess by the true triaxial test[D]. Xi'an: Xi'an University of Technology, 2018.